

Tanulmány

A PÁRHUZAMOS FÖLDI KLÍMÁK ELMÉLETE

Bódai Tamás

PhD, tudományos kutató,
Hamburgi Egyetem Meteorológiai Intézet

Haszpra Tímea

posztdoktor,
ELTE Elméleti Fizikai Tanszék

Márfy János

PhD-hallgató,
ELTE Elméleti Fizikai Tanszék

Drótos Gábor

tudományos munkatárs,
MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport

Herein Mátyás

tudományos munkatárs,
MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport

Tél Tamás

az MTA doktora, egyetemi tanár,
MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport,
ELTE Elméleti Fizikai Tanszék • tel@general.elte.hu

Az ún. *pillanatkép attraktorok* elmélete alapján kimutatjuk, hogy a korunkban zajló klíma-változás fontos vonásai akkor érthetőek meg, ha ahelyett, hogy csakis az egyetlen megfigyelt Földünket vizsgálánánk, elképzelünk mellette sok hasonló földi klímarendszert, amelyek nincsenek egymással kölcsönhatásban. Ezek éghajlatai időben párhuzamosan, de nem azonos módon fejlődnek, ám bár mind ugyanazon fizikai törvényeknek engedelmeskednek. A különbségek abból adódnak, hogy a néhány évszázaddal korábban megválasztott kiindulási adataik (hőmérséklet, szél, csapadék stb. eloszlásai) mások. A különböző kezdeti állapotokból kifejlődő földi klímák egy sokaság elemeinek tekinthetők. Amellett érvelünk, hogy Földünk éghajlatai rendszerének

változatosságát sokkal inkább a párhuzamos éghajlatai világok közötti különbség jellemzi, mint az a változékonyság, amelyet a megfigyelt egyetlen múltunkban tapasztaltunk. A klímadinamika sajátossága, hogy nem sokkal a kiindulási időpont után a kezdeti adatok elfelejtődnek, és a sokaság egyes elemei adott pillanatban éppen a lehetséges éghajlatai állapotok gazdag tárházát, a klíma belső változékonyságát jelenítik meg.

A klímakutatás szemléletéről

A klímaváltozás aktuális állapotáról a hivatalos képet az IPCC (Éghajlatváltozási Kormányközi Testület) kiadványaiból tudhatjuk meg, köztük a fizikai hátteret is megadó, a kutatói közösség által összeállított kötetekből,

amelyek közül a legutóbbi 2013-ban jelent meg (IPCC, 2013).

A szöveg a legkülönbözőbb szinteken beszél a klímáról, általában abban az értelemben, hogy a „klíma az átlagos időjárás”, amit hétköznapi megfogalmazásban sokszor abban a formában ismerünk, hogy „a klíma az, amit várunk, az időjárás pedig az, ami megvalósul”. Mindkét változat utal valamilyen valószínűségi szemléletre, de nem adja meg, mi az a valószínűség-eloszlás, amely szerint az átlagot kell képeznünk, illetve azt, hogy várakozásunkat mire alapozzuk. Az utóbbi értelem szerűen tekinthető a múltbeli tapasztalatnak, amit alátámaszt az az állítás is, hogy „az átlagolás klasszikus periódusa 30 év”. Ha azonban változik a klíma, akkor azt a múltba alapozva nem feltétlenül lehet megítélni. Szükség van tehát egy finomabb fogalomrendszerre, amely képes megragadni a változás pillanatnyi jellegét is.

A harmincéves átlagolás hagyománya még a korunkban zajló klímaváltozást megelőző időszakból ered, s abban feltehetően szerepet játszott a statisztikus fizika klasszikus ágaiban érvényes, s már a XIX. század végén megfogalmazott, *ergodikus hipotézis*, miszerint „elegendően hosszú időbeli átlag megegyezik egy megfelelő sokaság feletti pillanatnyi átlaggal”. Az itt felmerülő sokaság klímánk lehetséges állapotait jellemezheti, amelyek halmaza változatlan klímában nyilván nem is függ az időtől. Arra a természetes kérdésre, hogy a harminc év tekinthető-e „elegendően hosszúnak”, főleg ismerve, hogy a hipotézis igazából végtelen hosszú időátlaggal érvényes, általános értelemben nemleges lesz a válaszuk.

A káoszelmélet tanulságai

Akik átérték a 80-as években a káoszelmélet által hozott szemléletváltást, emlékezhetnek,

hogy abban az időben a kaotikus rendszerek vizsgálata mögött az a remény is meghúzódott, hogy rajtuk keresztül közelebb kerülünk a fizika egy nagy megoldatlan problémájához, a turbulencia kialakulásához, s valóban sokat olvashattunk például a turbulencia felé vezető Ruelle–Takens–Newhouse-féle útról (Szépfalusy – Tél, 1982). Jó évtizeddel később azonban kiderült, hogy a remény nem vált be, azok az utak csak a káosz (és nem a turbulencia) kialakulásának módjait írják le. A tudomány sajátos fejlődését jól mutatja, hogy a káoszelmélet végül mégiscsak rendkívül hasznosnak bizonyult a turbulencia bizonyos oldalról történő megértéséhez. A 90-es években robbant (Tóth – Kalnay, 1997; Götz, 2001), hogy a káoszelmélet alapján érdemben javítható a meteorológiai előrejelzések megbízhatósága (azt is sikerült a gyakorlatba átültetni, hogy noha a légkör állapota numerikusan soha, sehol nem jelezhető előre hosszán, bizonyos napokon és helyeken a hagyományos előrejelzés különösen megbízhatatlan, amikor is újabb mérési adatok begyűjtése válik szükségessé, és azok ismeretében az új előrejelzés már megbízhatóbb).

Feltehetően a meteorológiában bekövetkezett fejlődésnek köszönhető, hogy a klímaváltozásról történő gondolkodásban mára alapvető szerepet játszik a káoszlól kialakított helyes kép. Ez azonban nem jár feltétlenül együtt a káoszelmélet mára már kialakult szóhasználatának és technikájának használatával, ezért egyfajta szótár kialakítása szükséges.

Az IPCC szóhasználatában alapvető szerepet játszik a klíma *belső változékonyságának* fogalma. Ezt értelmezhetjük úgy, mint annak általánosítását, hogy alacsony dimenziós disszipatív kaotikus rendszerekben hosszú idő után minden pillanatban *végtelen sok* különböző mozgásforma létezik együtt (már itt

utalunk előre az ezt jól szemléltető 2. ábrára). Ez élesen szemben áll a nem kaotikus rendszerekkel, amelyekben hosszú idő után mindig csak egyfajta mozgásforma, például periodikus lökötés állhat be. A sokfajta mozgásállapot szimultán jelenlétét a nemlineáris rendszerek szóhasználata általában az előrejelezhetetlenség említésével jelzi, vagy – még inkább szaknyelven – azzal a tulajdonsággal, hogy a kaotikus attraktor kiterjedt (ugyanakkor nulla térfogatú, azaz fraktál) objektum a fázistérben, amint a 2. ábra is mutatja (Ott, 1993; Tél – Gruiz, 2002). A belső változékonyság tehát a klíma káoszszerű tulajdonságát, előrejelezhetetlenségét is jelzi.

Érdekes felidézni a káoszelmélet néhány további állítását, amelyek hasznosak lesznek a következők szempontjából. A sokféle állapot szimultán jelenléte a rendszer inherens, objektív tulajdonsága, amely külső hatásra (pl. pontosabb mérés, jobb numerikus eljárás alkalmazása) nem csökkenthető. Ezek a mozgásállapotok nagyobb vagy kisebb sűrűséggel halmozódhatnak az egyes fázistérbeli pontok környékén, s ezzel valószínűség-eloszlást definiálnak (példaként előre utalunk a 3. ábrára). A káosztan egyik fontos állítása, hogy miközben egyedi mozgásokat követve az előrejelezhetőség gyorsan elvész, az eloszlások szintjén a káosz tetszőleges pontossággal jelezhető előre (Ott, 1993; Tél – Gruiz, 2002) hosszú távon.

A káoszelmélet első évtizedeiben olyan disszipatív rendszereket vizsgált, amelyekben a súrlódás okozta veszteséget időben állandó vagy periodikusan változó külső hatás, gerjesztés pótolja. Az elsőre példa a klasszikus Lorenz-modell (amelyben a gerjesztés állandósága különösen világos az ekvivalens vízikerek esetén [Gleick, 1999; Tél – Gruiz, 2002], amelyben az egyenletesen folyó víz adja a gerjesztést), a másodikra pedig a periodikusan hú-

zogatótt felfüggesztésű inga esete. A jelenségeknek ebben az osztályában bizonyított tény az ergodicitás: egyetlen fázistérbeli pálya, azaz trajektória mentén vett hosszú időátlag megegyezik az attraktor természetes eloszlásával vett sokaságtalaggal (Eckmann – Ruelle, 1985). Egy kaotikus attraktort leggyakrabban egyetlen tetszőleges helyről indított mozgás hosszú idejű követésével szokás kirajzolni, de ugyanazt kapjuk, ha sok különböző kezdőfeltételt indítunk, s bizonyos idő elteltével hirtelen megállítjuk az összes mozgást.

A 90-es évektől megjelent a káoszelméletben az az általánosabb fogalmi háttér, amely tetszőleges időfüggésű gerjesztések esetén is alkalmazható: a pillanatkép attraktor (*snapshot attractor*) fogalma. Már a Filipe Romeiras, Celso Grebogi és Edward Ott által írt első cikk (Romeiras et al., 1990) érdekes különbségre hívta fel a figyelmet: egyetlen hosszú zajos trajektória *szétkent* alakzatot rajzol ki a fázistéren, míg a sok különböző kezdőfeltételtől induló mozgás, a sokaság, ugyanazt a zajfüggvényt alkalmazva mindegyik pálya mentén, strukturált rajzolatot alkot minden adott pillanatban, és ez változik az időben.

Ebből rögtön következik, hogy az *ergodikus hipotézis nem teljesül* a tetszőleges gerjesztésű esetekben. A fogalom segítségével magyarázhatóvá váltak olyan jelenségek, amelyeket a hagyományos képben nem értettünk, így például egy időben szabálytalan áramlásban kialakuló fraktálsodródási mintázat mint pillanatkép attraktor, amely a *Science* címlapjára is felkerült (Sommerer – Ott, 1993).

A párhuzamos földi klímák elmélete

A pillanatkép attraktor fogalmának a dinamikai rendszerek területén zajló lassú terjedését felgyorsította, hogy Michael Ghil és munkatársai nagyjából egy évtizede újra felfedez-

ték, és kissé általánosították a pillanatkép attraktor fogalmát (ők a visszahúzási attraktor [pullback attractor] elnevezést használták) (Ghil et al., 2008), s rögtön utaltak a klímadinamikában várható fontos szerepére. Világossá vált, hogy a klímaváltozás összefüggésében nem a zajos gerjesztés, hanem a paraméterek folyamatos csúszása (mint például az üvegházhatású gázok koncentrációjának emelkedése, amely globális felmelegedést eredményez) a fontos, amelyet a gerjesztés determinisztikus (zajmentes) változása ír le.

Képzeljük el egy pillanatra azt, hogy a klímarendszert egy kezdeti eloszlásból indítjuk, azaz sok különböző kezdőfeltételt választunk. A súrlódásos rendszerek általános viselkedése alapján a rendszer *elfelejti* kezdeti eloszlását. A kezdőfeltételekből kifejlődő sokaságra nézve ez azt jelenti, hogy az összes mozgás pillanatnyi állapota egy idő után már teljesen *független* attól, hogy honnét indultak. Az ehhez a viselkedéshez való közeledés a disszipáció tulajdonságai alapján exponenciális jellegű, gyors, ezért azt mondhatjuk, hogy valamely t_c konvergenciaidő után a kezdőfeltételek már elfelejtődtek. Tehát a t_c idő után a sokaság már nem a szimuláció inicializálását tükrözi, hiszen azt elfelejtette, hanem a rendszer belső dinamikájából adódóan spontán módon előforduló állapotok összességét. Ebből az következik, hogy a sokaság elemei ettől kezdve *helyesen reprezentálják* ezen lehetséges állapotok tárházát. Definíció szerint ez a klímánk pillanatkép attraktora.

A klímaváltozás viszonylatában az attraktort kirajzoló sokaság a lehetséges földi klímák összessége: párhuzamos földi klímákon a klímánk ezen különféle lehetséges viselkedéseit értjük. Szemléletesen fogalmazva, képzeljük el a Föld-rendszer számos másolatát, amelyek különböző hidrodinamikai pályá-

kon mozognak, azonos fizikai törvényeket, peremfeltételeket követve, adott besugárzás mellett. Párhuzamos földi *klímaállapotoknak* nevezzük a sokaság elemeit adott pillanatban, de csakis a t_c konvergenciaidő eltelte után, időfejlődésüket pedig *klímatörténeteknek*. A *párhuzamos földi klímatörténetek tehát éppen a klímánk belső változékonyságát* tükrözik. Összességük valószínűség-eloszlást is meghatároz, a pillanatkép attraktor természetes eloszlását, minden egyes pillanatban, s ezekkel képezhetők például pillanatnyi átlagok. Így megteremtődik a keresett lehetőség arra, hogy klímánk pillanatnyi változását is értelmezzük: ez a sokaságátlag időderiváltja. A statisztikus fizika szempontjából ez a természetes eloszlás a Gibbs-féle sokaság általánosítása időben változó paraméterű nemegyensúlyi rendszerekre.

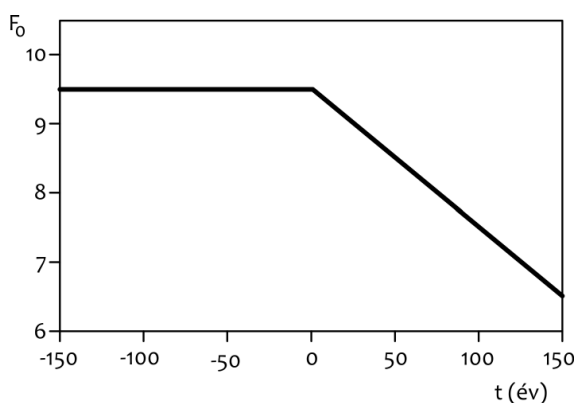
Így a klímadinamikai vizsgálatokban is el kell fogadnunk, hogy a hosszú idejű időátlag egészen más mennyiség, mint a sokaságátlag. Az előbbi már fogalmilag sincs jól definiálva (mi értelme lehet például egy ezeréves időátlagnak?), míg az utóbbi elméletileg releváns, egyúttal jól használható mennyiség. A t_c konvergenciaidő numerikus szimulációkban is megmutatkozik, a tapasztalat szerint ez a vizsgált, számunkra érdekes időintervallumnak csupán töredéke.

Klímaváltozás Lorenz elemi modelljében

Több mint húsz évvel klasszikus modellje (a Lorenz-attraktor) (Szépfalusy – Tél, 1982; Gleick, 1999; Götz, 2001) publikálása után *Edward Lorenz* megfogalmazta a mérsékelt övi légkörzés elemi modelljét mindössze három elsőrendű differenciálegyenlet formájában, amelyben a nemlineáris tagok szintén kizárólag másodfokúak (Lorenz, 1984). Az x , y , z változókhoz meteorológiai jelentést ren-

del: x jelenti a nyugati szél pillanatnyi erősségét egy féltekére (például az északra) átlagolva, y és z pedig az egyenlítőtől a sarkvidék felé mutató hőtranszport két módusának időfüggő együttthatója, szemléletesen a ciklonális aktivitás mérőszámai. A rendszer hajtóereje természetesen a Naptól beérkező sugárzás energiája, amely konkrétan egy F -fel jelölt paraméterben jelenik meg. Ez az egyenlítő és a sarkvidék közötti hőmérséklet-különbséggel arányos (és a légkör átlagos szén-dioxid tartalmával is kapcsolatba hozható). A modell egyszerűsége ellenére a légkör fontos tulajdonságait írja le, például a telek (nagyobb F érték) aktívabbak (erősebb időfüggés), mint a nyarak (kisebb F). Létrehozását többen a modellalkotás mesterművének tekintik (Provenzale – Balmforth, 1999), s számos publikáció foglalkozik ezzel az egyszerű rendszerrel (például Nicolis et al., 1995; Freire et al., 2008; Bódai – Tél, 2012; Drótos et al., 2015).

A modell időegysége öt napnak (a ciklonok átlagos élettartamának) felel meg, s ezért Lorenz számára is természetes volt az évszakos ingadozás bevezetése, az F mennyiséget szinuszos időfüggésűvé tette $T = 73$ időegység =



1. ábra • A Lorenz-féle klímamodellben használt forgatókönyv (Drótos et al., 2015): az egyenlítő és a sarkvidék közötti évi átlagos F_0 hőmérséklet-különbség egyenesen csökken a klímaváltozás kezdete ($t = 0$) után.

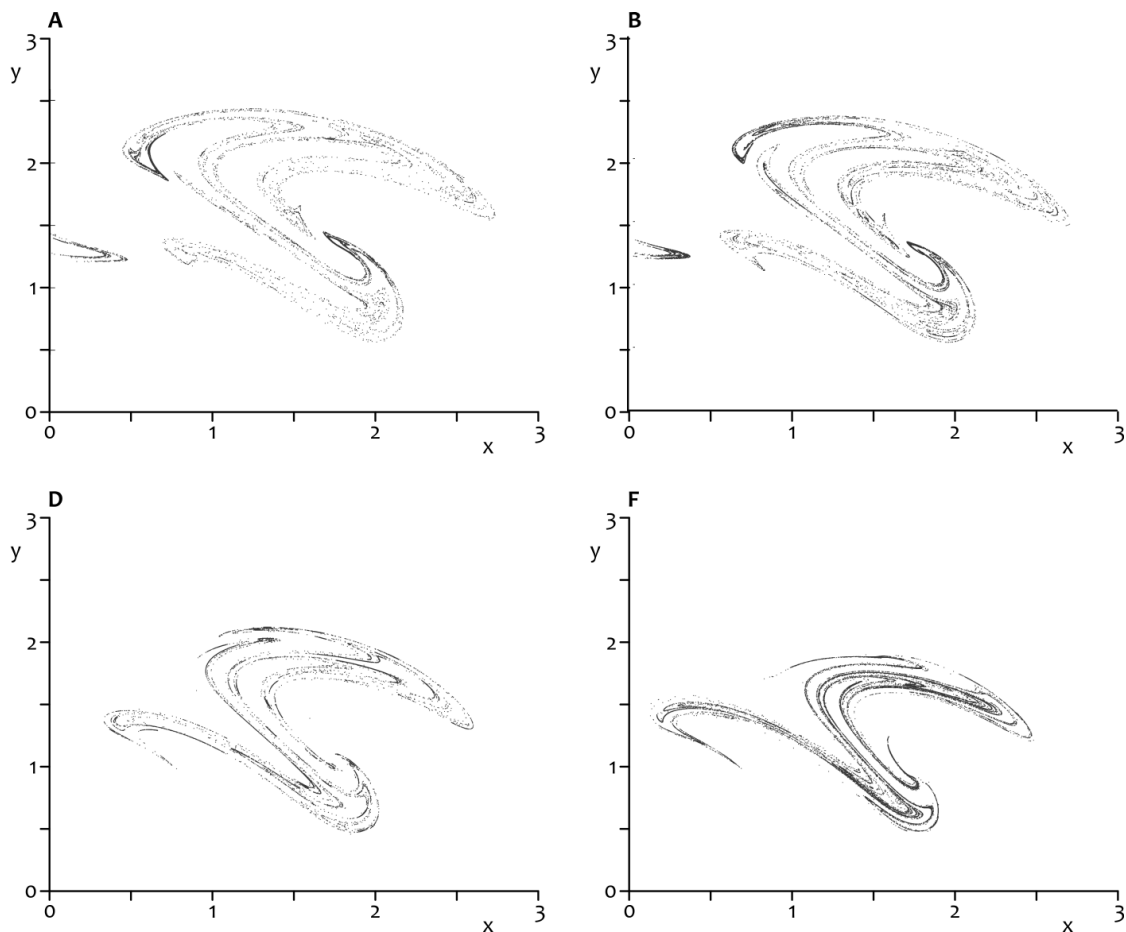
365 nap periódussal valamely F_0 átlagérték körül (Lorenz, 1990).

A napjainkban megfigyelt klímaváltozásban a globális felmelegedés elsősorban a sarkvidékek melededéséből adódik, azaz a hőmérsékletkontraszt időben átlagosan csökken. Ez a modellben úgy vehető figyelembe, hogy az F_0 átlagértéket magát is időfüggővé tesszük. Az időszámítás kezdetét úgy választjuk meg, hogy a változás a $t = 0$ pillanatban kezdődjék, előtte F_0 állandó, utána pedig az egyszerűség kedvéért időben egyenesen csökken 150 évig, ahogyan az 1. ábra mutatja.

A pillanatkép attraktor

A modellklíma belső változékonyságát tükröző pillanatkép attraktort úgy állítjuk elő, hogy kezdeti feltételként $N = 10^6$ számú véletlenszerűen elosztott pontot veszünk az (x, y, z) fázistér nagy tartományában, a $t_0 = -250$ évben. A részletes vizsgálat szerint az attraktorhoz tartás öt év alatt mindig bekövetkezik legalább ezrelékes pontossággal, a konvergenciaidő tehát $t_c = 5$ év. Mind az N trajektóriát követjük a $t > t_0$ (negatív vagy pozitív) időpontig, s a sokaság $t > t_0 + t_c$ után nem más, mint a pillanatkép attraktor. Minden pont pillanatnyi koordinátái egy-egy lehetséges párhuzamos klímátörténet pillanatnyi állapotának felelnek meg. Az attraktor alakja a $t = 0$ pillanat elérésig nem változik, hiszen nincs klímaváltozás, utána azonban minden pillanatban más és más. Ezt a 2. ábra illusztrálja, ahol a jobb áttekinthetőség kedvéért csak azokat a nyugati szél és ciklonaktivitás koordinátákat ábrázoltuk, amelyekben a z változó értéke éppen zérus, hogy jól követhető síkbeli ábrákhoz juthassunk.

Elsőként arra hívjuk fel a figyelmet, hogy a pontok eloszlása mindegyik esetben kiterjedt, mutatva modellklímánk jelentős belső



2. ábra • A párhuzamos klímaállapotok tárházat mutató pillanatkép attraktorok (Drótos et al., 2015) az (x,y) , azaz a nyugati szél erőssége - ciklonintenzitás síkon a klímaváltozás kezdetét követő 25., 50., 100. és 150. évben (minden év téli napfordulóján, december 22-én).

változékonyságát. Utóbbi hiányát az jelenti, ha az N számú sokaságelem mind az (x,y) sík egyetlen pontja körül halmozódna az év ugyanazon napján: a klíma dinamikája ekkor nem lenne káoszszerű. Ez az egyszerű modell már jól illusztrálja, milyen drámai tulajdonság a belső változékonyság. Az attraktor kiterjedt mivoltát a hagyományos káoszelméletben az előrejelezhetetlenség következményeként szokás kezelni, hiszen akármilyen kis tartományból indulnak is a pontok, rövid idő (t) után erősen szétszóródnak. Mi most azt látjuk, hogy a szétszóródás végeredménye ugyanaz akkor is, ha nagyobb fázistérbeli tartományból indul a sokaság, hiszen, mint

említettük, a kezdőfeltétel elfelejtődik. A következő fontos vonás az, hogy a ponthalmaz, a pillanatkép attraktor változik időben. Mind-egyik ábra N sokaságelemet tartalmaz, de ezek a sík más-más pontjai köré esnek, vagyis a lehetséges klímaállapotok mások az egyes években. Példaként tekintsük a 25. évben az $x = 0 \dots 0,5$, $y = 1,2 \dots 1,4$ tartományba eső szigetszerű kis alakzatot. Ez egyfajta extrém időjárást reprezentál, amelyben alig fúj a szél, a ciklonaktivitás viszont lényeges. Az 50. évre a sziget mérete lecsökkent, azaz ilyen típusú extrém időjárás egyre kevésbé valószínű, majd a 100. évtől teljesen el is tűnik. Ugyanakkor számos más változás is zajlik a pillanatkép

attraktor finomszerkezetében, ahogy múlik az idő. Absztrakt szinten fogalmazva azt mondhatjuk, a klímaváltozás nem más, mint a pillanatkép attraktor (a párhuzamos klímaállapotok tárházának) időbeli változása (Bódyai – Tél, 2012).

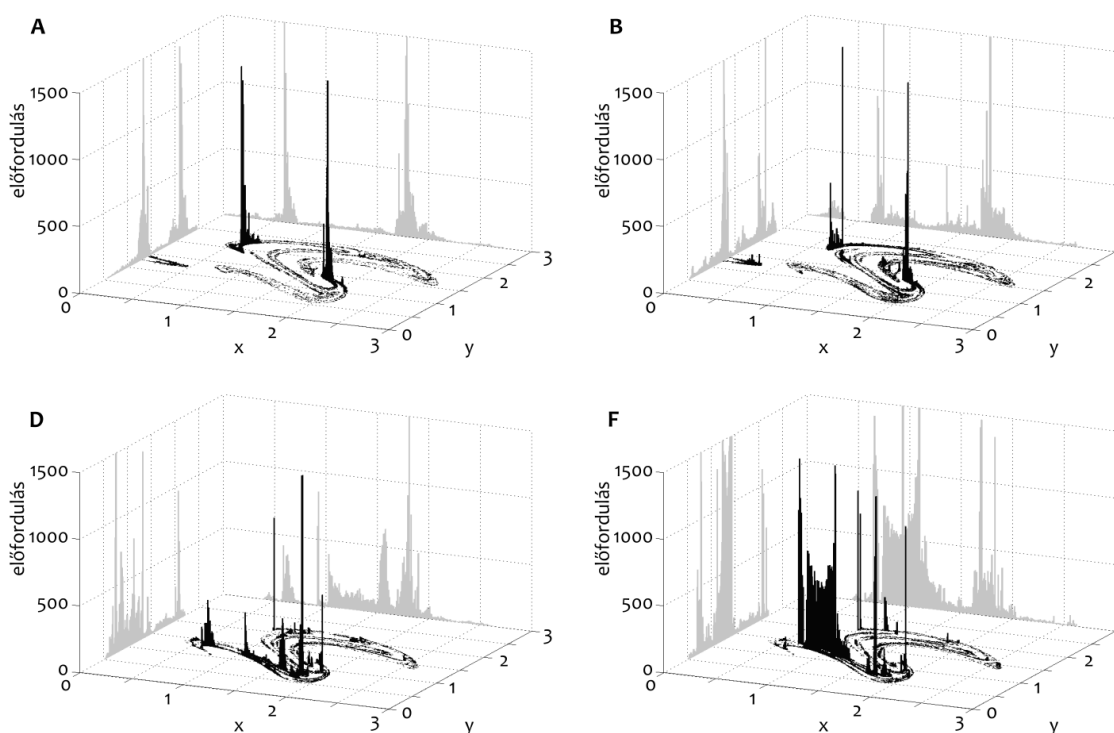
Vegyük észre, hogy a pillanatkép attraktor kiterjedése korlátos, azaz nagyon nagy x vagy y értékek nem fordulhatnak elő (a nyugati szél és a ciklonaktivitás nem lehet tetszőlegesen erős). A maximális ciklonaktivitás fokozatosan csökken 2,5-ről valamivel 2 alá, míg a maximális szélerősség alig változik.

Érdekes itt megemlíteni a periodikus külső gerjesztések esetén megjelenő hagyományos kaotikus attraktorok és a pillanatkép attraktorok közötti lényegi különbséget. Alakjukban ez nem mutatkozik meg, hiszen a 2. ábra bármelyik rajzolata tartozhatna hagyományos attraktorhoz is. Ez utóbbiakra érvé-

nyes a sokszor hallott állítás: „egyetlen hosszú trajektória bejárja a kaotikus attraktort”. Ez az a szemlélet, amellyel most szakítanunk kell, hiszen az állítás nem más, mint az ergodikus kifejezése, amely tetszőlegesen változó gerjesztés esetén nem érvényes. Ilyenkor a pillanatkép attraktort nem lehet bejárni, az csak a sokaság tagjai pillanatnyi állapotainak összességéként értelmezhető.

A pillanatnyi természetes eloszlás

Amint említettük, a sokaság elemei nagyobb vagy kisebb sűrűséggel halmozódhatnak az egyes fázistérbeli pontok körül, amit az egyes képek egyetlen pontsűrűsége mutat a 2. ábrán. Az (x,y) síkot pixelekre bontva a sokaság tagjainak halmozódása valószínűség-eloszlást definiál minden t időpontban, amit a pillanatkép attraktor természetes eloszlásának nevezünk. Ez azt mutatja meg, hogy az



3. ábra • A párhuzamos klímatorténetek által adott természetes eloszlás (Drótos et al., 2015) az $(x,y,z = 0)$ sík felett a klímaváltozás kezdete utáni 25., 50., 88. és 89. évben (minden év december 22-én).

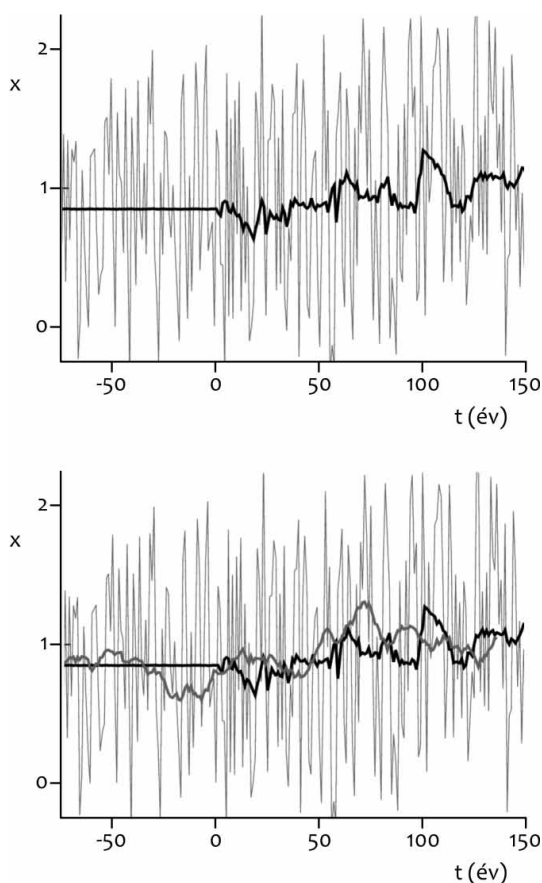
egy-egy pixel által reprezentált klímaállapotok mennyire gyakoriak a párhuzamos klímátörténetek sokaságában. A 3. ábrán ez a természetes eloszlás látható a klímaváltozás különböző pillanataiban.

Ami leginkább szembeszökő, az az eloszlások nagyfokú inhomogenitása: nemcsak a tartójuk, hanem az eloszlásfüggvények maguk is fraktálok. A két utolsó évet azért választottuk egymást követően, hogy demonstrálják, egyetlen év eltelte után (miközben a pillanatkép attraktor alakja – a lehetséges klímaállapotok összessége – alig változik) az egyes állapotok gyakorisága drámaian különbözővé válhat. Érdeemes tudatosítani azt is, hogy az attraktor korlátos kiterjedése most úgy tükröződik, hogy nagy x, y értékekre az eloszlás eltűnik, ezek tehát nem kis valószínűségű állapotok, hanem meg nem valósuló, azaz lehetetlen klímaállapotok.

Itt érdemes röviden visszatérni a t_c konvergenciaidő jelentésére. Mint tudjuk, ez öt év, s ez azt is jelenti, hogy ha sokaságunkat nem a $t_0 = -250$ évben indítjuk, hanem ugyanabból a fázistérbeli tartományból csak mindössze öt évvel a 3. ábra bármelyik t időpontja előtt, akkor numerikusan *ugyanazt* az eloszlást kapjuk a t pillanatra, mint amit az ábrán látunk (noha az ahhoz tartozó sokaság a -250 . évben indult). Azt mondhatjuk tehát, hogy a 3. ábra természetes eloszlásai *objektívek* (nem függenek az előállításuk részleteitől, amíg csak $t > t_0 + t_c$). Így joggal jelenthetjük ki, hogy ezek a statisztikus fizikából ismert Gibbs-féle eloszlások, vagy a Maxwell–Boltzmann-eloszlás általánosításai a klímaváltozás esetére, vagyis olyan nem egyensúlyi rendszerre, amelynek paraméterei tolnak az időben. Ezen eloszlások nem adhatók meg egyszerű képletekkel, de mint láttuk, numerikusan könnyen meghatározhatók.

Sokaság- és időátlagok

A természetes eloszlás ismeretében lehetőség nyílik arra, hogy bármelyik t pillanatban megadjuk valamely fizikai mennyiség átlagát (vagy bármely magasabb momentumát). Az egyedi történet és a sokaságátlag drámai különbségét mutatja a 4. ábra felső képe. Itt vékony vonallal látjuk az N elemű sokaság egyik kiválasztott tagjában a nyugati szél erősségét. Feltűnő az x értékek széles tartományban történő ingadozása már a klímaváltozás előtt



4. ábra • Fent: egyetlen idősor (a nyugati szél erőssége a párhuzamos klímátörténetek egyik elemében [a téli napfordulón], vékony sötétvörös vonal) és a sokaságátlag (vastag fekete vonal) összehasonlítása. Lent: a kiválasztott idősor harmincéves csúszó átlaga a felső kép sötétvörös görbéjére nézve (vastag sötétvörös vonal), az előzőekre rárajzolva.

($t < 0$ -ra) is, és ehhez képest alig látunk változást a klímaváltozás utáni években. Hasonló a viselkedés bármely másik klímátörténetben is. Ezzel szemben az x mennyiség sokaságátlaga (vastag vonal) tisztán láthatóan konstans a negatív években, s csak utánuk kezd változni. A sokaságátlag tehát hűen visszaadja a klímaváltozás folyamatát. (A vastag vonal klímaváltozás alatti ingadozásai abból adódnak, hogy a természetes eloszlás egy év alatt is drámaian átrendeződhet, amint a 3. ábra két utolsó képe illusztrálja.) Az egyes történetek a sokaságátlagtól jelentősen eltérnek mind a klímaváltozás előtt, mind alatta, ezért *egyik egyedi klímátörténet sem reprezentatív*.

Végül rátérhetünk a harmincéves időátlagok hasznosságának kérdésére. A 4. ábra jobb oldali képe a bal oldali képre szürke vonallal rárajzolva mutatja a vékony vonal egyedi időszora felett képzett harmincéves mozgóátlag időfüggését. (Az időátlagokat az időintervallumok közepéhez rendeltük, ezért szakad meg a szürke vonal a 135. évben.) Látszik, hogy a harmincéves átlagok természetesen simítják az eredeti idősort, de *jelentősen eltérnek* a sokaságátlagtól. Egészen eltérő trendeket sugallnak, ami különösen feltűnő a stacionárius klímán belül, ahol a példában a -30. és -20. év között jelentős csökkenést mutat a harmincéves átlag. Az eltérés jelen van a változó klímában is, a 65. és 70. év között például a harmincéves átlag nő, míg a sokaságátlag csökken. Azt mondhatjuk tehát, hogy a harmincéves időátlag modellünkben még a változatlan klímában (ami pedig ergodikus) sem elég hosszú ahhoz, hogy jól közelítse a sokaságátlagot. Becsléseink szerint ebben a modellben a 10%-os egyezéshez kétszáz éves, az 1%-oshoz húszezer éves átlagra lenne szükség (Drótos et al., 2016). Tehát a klímaváltozás során az időátlag és a sokaságátlagok egyezé-

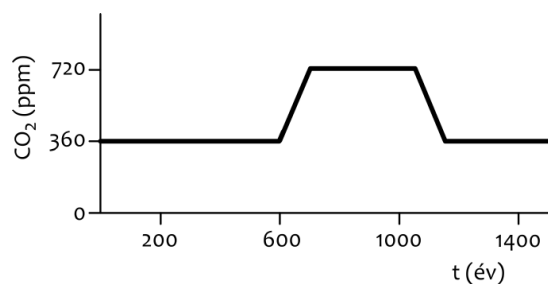
se még közelítőleg sem garantált, hiszen a probléma nem ergodikus.

Klímaváltozás a Planet Simulator nevű globális klímamodellben

A Planet Simulator (PlaSim) közepes összetettségű Föld-rendszer modell, amelyet a Hamburgi Egyetemen dolgoztak ki; szabadon letölthető (URL). Legfontosabb tulajdonságai: A fontos fizikai törvényeket, pl. a megmaradási tételeket pontosan tartalmazza, és egyszerű paraméterezéseket használ a turbulencia és csapadékképződés követésére. A domborzatot kb. 5° os (600 km-es) felbontásban tartalmazza, tíz légköri réteget különböztet meg, az óceánt hő- és vízforrásként kezeli. A diszkretizációk következtében a szabadsági fokok száma százazres nagyságrendű. A futásokból számos kimenő mezőadat kapható, például hőmérséklet, szél a különböző légrétegekben, felszíni nyomás és csapadék. Mindezek eloszlása földrajzi térképeken is megjeleníthető, és ezen eloszlások időben természetesen változnak. Egyetlen futtatás tehát a különböző mezők időfejlődését, „mozijait” eredményezi. Az előző elemi modellel ellentétben most lehetőség nyílik tehát nemcsak globális, hanem különböző lokális mennyiségek (például a Kárpát-medence hőmérséklete) és az ezek közötti korrelációk vizsgálatára is. A párhuzamos klímátörténetek számát a jelentős futási idő természetesen korlátozza, ezért vizsgálatainkban negyvenelemű sokaságot használunk. A kezdeti mezők csak a felszíni nyomáseloszlásban különböznek kismértékű véletlen perturbációk erejéig. Amit e nagy modellben elveszítünk, az a természetes eloszlás közvetlen ábrázolása, hiszen ennek a függvénynek 10^5 változója van. Amire lehetőségünk van, az ezen eloszlás *vetületének* vizsgálata néhány kiszemelt változóra.

A modellben előírható a légkör emberi eredetű CO_2 -koncentrációjának változása. Az 5. ábra mutatja a forgatókönyvet. Az első 600 évben a koncentráció változatlan, értéke az ezredforduló környékén mért valóságos adat. A 600. és 700. év között a koncentráció megkétszereződik (ahogy számos klímamodellben szokás). Eddig a forgatókönyv jellege megfelel az 1. ábrán látottnak, hiszen a CO_2 -szint növekedése globális felmelegedéshez, s ezzel az Egyenlítő és a sarkvidék közötti hőmérsékletkontraszt csökkenéséhez vezet. A 700. évtől kezdve új vonásként megjelenik egy 350 év hosszúságú CO_2 -plató, amelyet egy száz év alatt lezajló visszacsökkenés követ (ebben globális lehűlést várunk) az eredeti értékre.

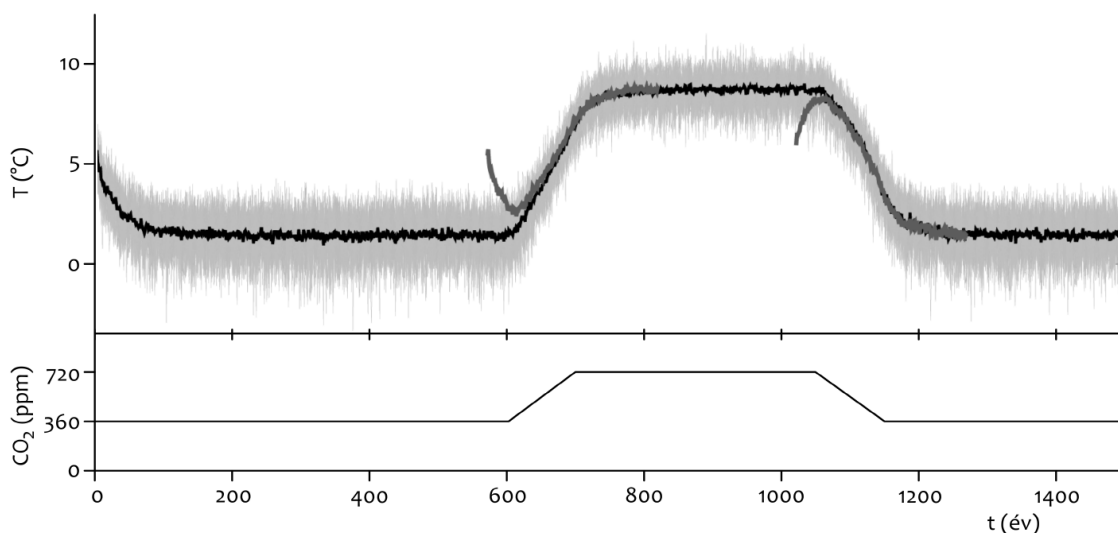
Az eredmények bemutatása előtt hangsúlyozzuk, hogy *nem célunk* semmiféle előrejelzés, a számértékeket nem tekintjük feltétlenül megbízhatónak, csak a pillanatkép-konceptiót kívánjuk tesztelni e globális modellen.



5. ábra • A Planet Simulator klímamodellben használt forgatókönyv (Herein et al., 2016) a CO_2 -szint változását használja külső gerjesztésként. A változás a 600. évben kezdődik, és az 1150. évben fejeződik be.

Lokális hőmérséklet

Meghatároztuk a Kárpát-medence földrajzi helyén (a környező hegyeket is beleértve) a helyi felszíni hőmérsékletet mind a negyven sokaságelemben az 1500. év végéig. Ezeket ábrázolják a vékony vonalak a 6. ábrán. Érdeemes ezeket rögtön összevetni a sokaságátlaggal, amelyet a vastag vonal ad meg. A vé-



6. ábra • A Pannon-medence felszíni éves átlaghőmérsékletének időfejlődése az alul látható CO_2 -forgatókönyv következtében a Planet Simulator negyvenelemű sokasága minden egyes tagjában (vékony vonalak), és ezek sokaságátlaga (vastag fekete vonal) (Herein et al., 2016). A $t = 0$ év kezdőfeltételét $t_c = 150$ év alatt felejtí el a rendszer: 150 év után éri el a változatlan klímát jellemző konstans értéket. Az 570. és az 1020. évben indított újabb szimulációk átlagértékei (vastag szürke vonalak) szintén kb. ennyi idő után simulnak be az eredeti sokaságátlagba, jelezvén, hogy az eredmény t_c idő eltelte után nem függ a szimulálás indításától.

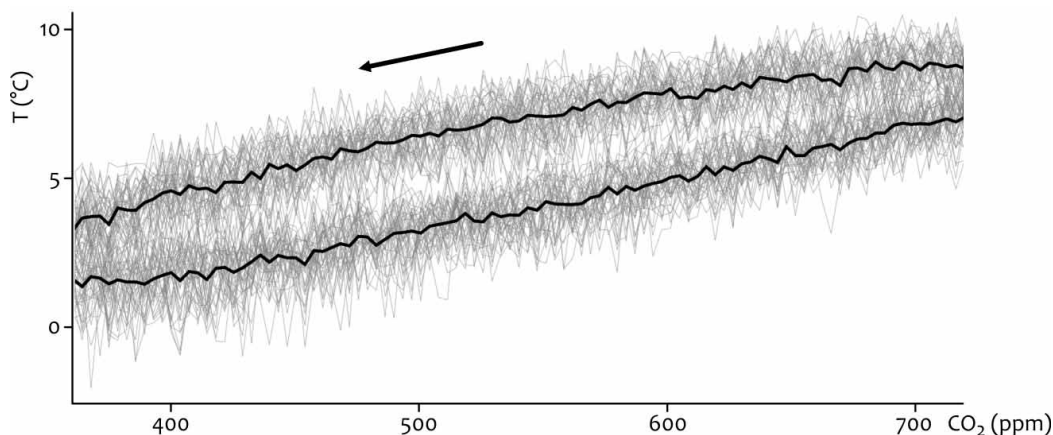
konyvonalak és az átlag közötti eltérés most is nagy: bármelyik szürke görbét kiválasztva hasonló különbséget találnánk a vastag vonalhoz képest, mint a 4. ábrán, szakaszonként még a trendek is különbözhetnek. Most is arra jutunk tehát, hogy az egyedi idősorok nem reprezentatívak.

Szembetűnő, hogy az első 600 éven belül konstans hőmérsékletet találunk, kb. a 150. évtől kezdve. Az ehhez a konstanshoz vezető lecsengés annak tulajdonítható, hogy a kezdeti feltétel egyéni választásunk volt, s nem remélhettük, hogy pontosan rajta lennénk az attraktoron. A $t_c = 150$ év a korábban is említett konvergenciaidő, amennyi idő alatt a rendszer elfelejtéi kezdőfeltételét. $T > t_c (=150$ év)-re a vékony vonalak összessége, illetve az átlag a CO_2 -szint időfüggéséhez hasonló rajzolatot ad, s mutatja, hogy a pillanatkép attraktor mozog az időben a klímaváltozás kezdetétől kezdve. Pontosabban, amit látunk, az a párhuzamos klímátörténetek egyedi időfüggései által feltérképezett belső változékonyság *vetülete* a Kárpát-medence hőmérsékletének változójára. Ennek megfelelően a vastag vonal a helyi hőmérséklet pillanatkép attraktor feletti átlaga. Az attraktor objektív

létezésének bizonyítékaként újabb negyven-elemű sokaságokat indítunk az 570. és az 1020. évben (ugyanolyan típusú kezdőfeltétellel, mint $t = 0$ -ban). Az ezekkel képzett sokaságátlagokat a vastag szürke vonalak mutatják, s jól látszik, hogy viszonylag gyorsan eléri az először indított sokaság átlagát. Ráadásul az elérési idő mindkét esetben kb. 150 év, azaz a t_c konvergenciaidő gyakorlatilag nem is függ a kezdőponttól. Akármelyik t_0 időpontban is indítunk egy sokaságot, az a $t > t_0 + t_c$ időtartományban (éppúgy, ahogyan a 3. ábra kapcsán láttuk) helyesen jeleníti meg a modellklíma belső változékonyságát.

Hiszterézis

A hőmérséklet átlagának jelentős emelkedése láthatóan nem a 600. évben kezdődik, hanem némi késleltetéssel. A maximumhoz tartozó platót a hőmérséklet csak a 800. év körül éri el, majd a csökkenés is némi késéssel kezdődik, és a hőmérséklet alapszintjéhez történő visszatérés is csak az 1250. év körül következik be. Mindezek a tulajdonságok egyedi idősorokból aligha olvashatók ki. Ráadásul a hőmérséklet menete nem is szimmetrikus a 875. évre, szemben a CO_2 -szint



7. ábra • Az előző ábra görbéi a CO_2 -szint–hőmérséklet ábrázolásban.

Az átlag (fekete vonal) egyértelmű hiszterézishurkot mutat. A nyíl az időfejlődés irányát jelzi.

függvényével. A visszatérés tehát nem ugyanazon a módon történik, mint a távolodás, s ez előrevetíti a *hiszterézis* jelenségét.

Ha a hőmérsékletet (mind az egyes idősorokat, mind a sokaságátlagot) a CO₂-szint függvényében ábrázoljuk (7. *ábra*), az utóbbiban tiszta hiszterézishurkot látunk, míg az egyes idősorokban ez jóval kevésbé egyértelmű. A hiszterézis fontos következménye, hogy ha a CO₂-szint csökkenése közben ugyanannál a koncentrációértéknél járunk, mint a növekedési szakaszban, a hőmérséklet még jóval magasabb. Hiába állítunk tehát vissza egy csökkentett CO₂-tartalmat, a klíma még jóval melegebb lehet, mint a felmelegedés szakaszában volt ugyanennél a koncentrációnál.

Összefoglalás

Vizsgálatainkból következik, hogy Földünk éghajlati rendszerének változatosságát sokkal inkább a párhuzamos éghajlati világok közötti különbség jellemzi, mint az a változékonyság, amit a megfigyelt egyetlen múltunkban tapasztaltunk. A klímaváltozásról érdemes a pillanatkép attraktorok fogalmi háttérével sokaságképben gondolkozni. Elméleti szinten a pillanatkép attraktor objektív létező, a klímánk belső változékonyságának kifejeződése, ami szerencsére technikailag is jól előállítható: a t_c konvergenciaidő a tapasztalat szerint rövid, és a pillanatkép attraktor még nagy numerikus modellekben is jól követhető.

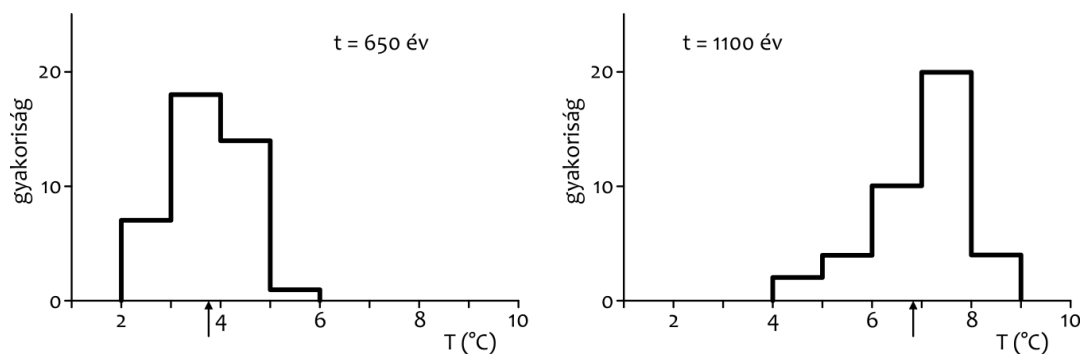
A változó külső gerjesztés (például hőmérsékletkontraszt vagy CO₂-tartalom) miatt az ergodikusság elvileg nem teljesül a klímaváltozás során, sőt még állandó klíma esetén is csak nagyon hosszú idejű átlagolás után lenne igaz általában, hogy az időátlag jól közelíti a sokaságátlagot (Drótos et al., 2016). Klímaváltozásban a kettő tehát elválik, s csak az utóbbi képes arra, hogy adott pillanatra jel-

lemző kijelentések legyenek vele tehetőek. Mindenképpen arra jutunk, hogy az egyedi idősorok szokásosan használt harmincéves átlagai nem feltétlenül relevánsak.

A pillanatnyi klímát a pillanatkép attraktor és természetes eloszlása jellemzi jól. Ennek segítségével meg tudjuk állapítani, mi tekinthető tipikusnak klímánkban (mi az átlag), és ettől mekkora eltérések (szórások) várhatók bármely pillanatban. Azt azonban nem, hogy pontosan mi következik majd be a lehetőségek közül saját klímátörténetünkben. Ezen nem kell csodálkoznunk, hiszen azzal kezdtük, hogy a belső változékonyság megléte az előrejelezhetetlenséget jelenti (2. *ábra*).

Mire számíthatunk tehát egyetlen megfigyelt klímánk kapcsán? Először érdemes felidézni a káoszelméletből, hogy van, amit *biztosan* tudhatunk: az attraktoron kívülre nem kerülnek pontok. Láttuk, hogy a pillanatkép attraktor mérete véges, s ebből az következik, hogy bármely vetülete is véges. Vagyis, minden mérhető mennyiségre igaz, hogy *biztosan nem eshet* egy véges intervallumon kívülre. A mennyiség jellegétől és az időpillanattól függ, hogy mekkora ez az intervallum. Ha kicsi, a sokaságátlagtól csak kis eltérések fordulhatnak elő, az adott mennyiség jól jósolható. Ha pedig nem, a sokaság ismeretében meg tudjuk határozni az adott mennyiség eloszlását a párhuzamos klímátörténetek sokaságában. Ezzel tehát nemcsak az átlag kapható meg, hanem az is, hogy bármely érték mekkora *valószínűséggel* fordul elő a megengedett értékek intervallumán belül. Példaként a 8. *ábra* a Kárpát-medence hőmérsékletének eloszlását mutatja 1°C-os osztásokban a 650. és az 1100. évben.

Klímánk különböző jellemzőit tehát szintén valószínűségi szemléletben érdemes előre jelezni, ahogyan az időjárást is. Az átlag és az



8. ábra • A Pannon-medence hőmérsékletének eloszlása a párhuzamos klímátörténetek alapján a 650. és az 1100. évben (az emelkedő és a csökkenő CO₂-szakaszok középpontjában). A nyilak az átlagértékre mutatnak, a vastag szakaszok a lehetséges értékek intervallumát jelölik. A két időpontban az eloszlás eltér, összhangban azzal a megfigyelésünkkel, hogy a CO₂-szint emelkedési és csökkenési fázisaiban a hőmérséklet eltérően viselkedik mind az átlagban, mind az eloszlásban (lásd 7. ábra).

attól történő eltérés megjelenik az IPCC-jelentésben is (IPCC, 2013), ott azonban az átlag a relevánsnak tekintett *klímamodellek egyetlen futtatása fölötti átlag*. A különböző modellek viszont „különböző fizikájú” párhuzamos klímákat írhatnak le, amelyek egymástól mutatott eltérése nem klímánk belső változékonyságát, hanem a modellek jelentős pontatlanságait tükrözi. A cikk szellemében megfelelőbbnek tűnik az egyetlen (megbízható) modell párhuzamos klímátörténetei alapján történő előrejelzés.

A cikket Szépfalusy Péter emlékének ajánljuk, akinek köszönhetően a kaosztudomány nem-

zetközi viszonylatban is korán honosodhatott meg Magyarországon.

Köszönettel tartozunk a Rácz Zoltánnal folytatott mélyreható eszmecsereért, amelyekben évek óta arra biztatja a kutatói közösséget, hogy a klímaváltozás kapcsán (is) csak tudományosan megalapozott állításokat tegyenek.

A munka az NK100296 OTKA-pályázat támogatásával született.

Kulcsszavak: *klíma, klímaváltozás, sokaság, pillanatkép attraktor, konvergenciaidő, globális klímamodell, ergodikusság*

IRODALOM

- Bódai Tamás – Tél Tamás (2012): Annual Variability in a Conceptual Climate Model: Snapshot Attractors, Hysteresis in Extreme Events, and Climate Sensitivity. *Chaos*. 22, 023110 DOI: 10.1063/1.3697984 • <http://planet.pks.mpg.de/visicor/web/preprints.php/preprint/160/download>
- Drótos Gábor – Bódai Tamás – Tél Tamás (2015): Probabilistic Concepts in a Changing Climate: A Snapshot Attractor Picture. *Journal of Climate*. 28, 3275 DOI: 10.1175/JCLI-D-14-00459.1 • <http://theorphys.elte.hu/~drotos/jcli-d-14-00459.1.pdf>

- Drótos Gábor – Bódai Tamás – Tél Tamás (2016): Quantifying Nonergodicity in Nonautonomous Dissipative Dynamical Systems: An Application to Climate Change, *Physical Review E* 94, 022214 DOI: 10.1103/PhysRevE.94.022214 • <http://theorphys.elte.hu/~drotos/PhysRevE.94.022214.pdf>
- Eckmann, Jean-Pierre – Ruelle, David (1985): Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors. *Reviews of Modern Physics*. 57, 3, 617–656. • <http://tinyurl.com/jjld2vw>
- Freire, Joana G. – Bonatto, Cristian – DaCamara, Carlos C. – Gallas, Jason A. C. (2008): Multistabil-

- ity, Phase Diagrams, and Intransitivity in the Lorenz-84 Low-order Atmospheric Circulation Model. *Chaos*. 18, 033121 DOI: 10.1063/1.2953589 • http://www.inaesp.org/PublicJG/freire_et_al_CHAOS2008.pdf
- Ghil, Michael – Chekroun, Mickaël D. – Simonnet, Eric (2008): Climate Dynamics and Fluid Mechanics: Natural Variability and Related Uncertainties. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 237, 2111–2126. DOI: 10.1016/j.physd.2008.03.036 • <https://arxiv.org/pdf/1006.2864v1.pdf>
- Gleick, James (1999): *Káosz – egy új tudomány születése*. Budapest: Göncöl Kiadó
- Götz Gusztáv (2001): *Káosz és prognosztika*. Budapest: Országos Meteorológiai Szolgálat
- Herein Máttyás – Márffy János – Drótos Gábor – Tél Tamás (2016): Probabilistic Concepts in Intermediate-Complexity Climate Models: a Snapshot Attractor Picture. *Journal of Climate*. 29, 259–272. DOI: 10.1175/JCLI-D-15-0353.1 • <http://theorphys.elte.hu/~drotos/jcli-d-15-0353.1.pdf>
- IPCC (2013): *Intergovernmental Panel on Climate Change, 5th Assessment Report. The Physical Science Basis*. Cambridge: Cambridge University Press <http://www.ipcc.ch/report/ar5/wg1/>
- Lorenz, Edward (1984): Irregularity: a Fundamental Property of the Atmosphere. *Tellus*. 36A, 98–110. • <http://tinyurl.com/gmym4cq>
- Lorenz, Edward (1990): Can Chaos and Intransitivity Lead to Interannual Variability. *Tellus*. 42A, 378–389. • http://web.mit.edu/lorenzcenter/about/LorenzPubs/Can_chaos_90.pdf
- Nicolis, Catherine – Vannitsem, Stéphane – Royer, Jean François (1995): Short-range Predictability of the Atmosphere: Mechanisms for Superexponential Error Growth. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 121, 523, 705–722. DOI: 10.1002/qj.49712152312 • <http://tinyurl.com/jqy52tl>
- Ott, Edward (1993): *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge: Cambridge University Press • <http://tinyurl.com/zapo6z2>
- Provenzale, Antonello – Balmforth, Neil J. (1999): *Chaos and Structures in Geophysics and Astrophysics. (Woodshole Lecture Notes)* • <https://www.who.edu/fileserver.do?id=21476&pt=10&p=17353>
- Romeiras, Filipe – Grebogi, Celso – Ott, Edward (1990): Multifractal Properties of Snapshot Attractors of Random Maps. *Physical Review A*. 41, 2, 784 DOI:10.1103/PhysRevA.41.784 • <http://tinyurl.com/zjout87>
- Sommerer, John – Ott, Edward (1993): Particles Floating on a Moving Fluid: A Dynamically Comprehensible Physical Fractal. *Science*. 259, 335 DOI: 10.1126/science.259.5093.335
- Szépfalusy Péter – Tél Tamás (1982): *A káosz. Véletlenszerű jelenségek nemlineáris rendszerekben*. Budapest: Akadémiai Kiadó
- Tél Tamás – Gruiz Márton (2002): *Kaotikus dinamika*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó
- Tóth Zoltán – Kalnay, Eugenia (1997): Ensemble Forecasting at NCEP and the Breeding Method. *Monthly Weather Review*. 125, 3297–3319. • <https://www.atmos.umd.edu/~ekalnay/pubs/TothKalnay97.pdf>
- URL: <http://edilbert.github.io/PLASIM/>

