

Gráfok, hálók és csoportok

avagy hogyan jellemezzük egy kvantumtérelmélet belső szimmetriáit?

Az elmúlt bő évszázad során közkeletűvé vált – nem kis részben magyar származású fizikusok, többek közt a Nobel-díjas Wigner Jenő úttörő munkássága nyomán – egy fizikai rendszer leírását a szimmetriái feltérképezésével kezdeni, mert ezek vizsgálata révén fontos következtetések vonhatók le a rendszerre vonatkozóan, például a megmaradó mennyiségek vonatkozásában. Az algebrai térelmélet egy fontos eredménye, a Doplicher-Roberts-tétel szerint 2-nél magasabb dimenziós téridőn értelmezett lokális kvantumtérelmélet esetén a szimmetriák egy kompakt csoporttal írhatók le, szoros kapcsolatban azzal, hogy ez esetben csak fermionikus és bozonikus gerjesztések léphetnek fel. Kétdimenziós modellekben viszont megjelenhetnek egzotikus statisztikájú gerjesztések, és ennek megfelelően a csoport-struktúrájánál általánosabb fogalom szükséges a szimmetriák jellemzésére. Ezen kérdések vizsgálata különösen időszerű olyan témákkal való szoros kapcsolatuk miatt, mint az anyag topologikus fázisai, a magas hőmérsékletű szupravezetés egyes modelljei, vagy a topologikus kvantumszámítógépek tervezése.

Kiderült, hogy kétdimenziós esetben egy speciális tulajdonságokkal rendelkező (algebrai) háló rendelhető minden kvantumtérelméleti modellhez, és eme háló bizonyos kitüntetett elemei belső szimmetriák csoportjainak feleltethetők meg, de általában nincs egy minden szimmetriát magába foglaló 'szimmetriacsoport'. Fent említett háló explicit meghatározása és jellemzése legcélszerűbben egy, a kvantumtérelméleti modellhez rendelt gráf, annak ún. lokalitási diagramja segítségével érhető el, és az elmélet alapvető célja annak kiderítése, hogy a gráf tulajdonságai hogyan tükröződnek a háló, és ezáltal a modell tulajdonságaiban, és fordítva, a modell speciális jellemzői hogyan jelennek meg a gráf szintjén. A javasolt TDK munka ebbe a kérdéskörbe vezetné be az érdeklődő jelentkezőket.