Bevezetés a szuperszimetriába 2014
FELADATOK (2)

1. θ, ϕ, Ψ, χ Weyl spinorok. Bizonyítsuk be a következő azonosságokat:

$$\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\theta\sigma^\nu\bar{\theta} = -\frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\eta^{\mu\nu}$$

$$\epsilon^{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha}\frac{\partial}{\partial\theta^\beta}\theta\theta = 4$$

$$\theta^\alpha\theta^\beta = -\frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta}\theta\theta$$

$$(\theta\phi)(\theta\Psi) = -\frac{1}{2}(\phi\Psi)(\theta\theta)$$

$$\chi\sigma^\mu\bar{\psi} = -\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\chi$$

$$\chi\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu\psi = \psi\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\chi$$

Wess and Bagger könyv konvenciók, $\eta_{\mu\nu} = (-1, 1, 1, 1)$, $\epsilon_{21} = \epsilon^{12} = 1$, $\epsilon_{12} = \epsilon^{21} = -1$, $\bar{\sigma}^\mu = (I, -\vec{\sigma})$.

2. SUSY kommutátor (órán érintve..) Mutassuk meg, $[Q_\alpha,\, P_\mu] = 0$.
Útmutatás (mint órán), használjuk fel, hogy nincs spin-3/2 generátor, vezessük le, hogy $[Q_\alpha,\, P^\mu] \sim Z\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\bar{Q}^{\dot{\beta}}$, és használjuk a Jacobi azonosságot $[Q, [Q, P]]$.

3. SUSY CASIMIR. Mutassuk meg, hogy a Pauli-Ljubanski vektor általánosításából kapott mennyiség

$$C_{mn} = \tilde{W}_m P_n - \tilde{W}_n P_m, \quad \tilde{W}_m = \frac{1}{2}\epsilon_{pmnq}P^n M^{pq} - \frac{1}{4}\bar{Q}_{\dot{\alpha}}\bar{\sigma}_m^{\dot{\alpha}\beta}Q_\beta$$

felcserél a szupertöltésekkel $[C_{mn}, Q_\alpha] = 0$. (Fierz azonosságra szükség lehet, néha $\tilde{W}_{mn} = C_{mn}$ jelölés lehet)

4. Tekintsük a Wess-Zumino modellt, mutassuk meg, hogy a SUSY algebra záródik F segédtér, illetve Ψ trafójára

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1} - \delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\, F = ?$$

5. Általános $F(x, \theta, \bar{\theta})$ szupertérben vezessük le a ϕ_α-tag $(+\Phi\theta + ...)$és a $v_m$tag szupertranszformációját $\delta_\xi(\phi_\alpha)$-t, $\delta_\xi(v_m)$-t!

6. Goldstino-tétel, Mutassuk meg, hogy szimultán F és D típusú sértés esetén is létezik egy goldstino!
A* „Igazi" Goldstino-tétel. Mutassuk meg, hogy A SUSY algebrából kiindulva, hogy tetszőleges, akár dinamikai spontán SUSY-sértés esetén is létezik goldstino!
Az antikommutátorban az egyik szupertöltést írjuk fel a Noether-tétel szerint szuperárammal J_α ...
B A Wess-Zumino modellben írjuk fel a Noether-tétel alapján a szupertöltést generáló szuperáramot

$$J^\mu_\alpha = \sqrt{2}\,(\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\Psi)_\alpha\,\partial_\nu\Phi.$$

7. Fayet-Iliopoulios modell.

$$L_{FI} = \frac{1}{4}\left(W^\alpha W_\alpha|_{\theta^2} + h.c.\right) + \Phi_+^\dagger e^{eV}\Phi_+|_{\theta^4} + \Phi_-^\dagger e^{-eV}\Phi_-|_{\theta^4} + m^2\left(\Phi_+\Phi_-|_{\theta^2} + h.c.\right) + \kappa V|_{\theta^4}$$

Legyen $m^2 < \frac{1}{2}e\kappa$. Keressük meg a skalárpotenciál minimumát, a különböző spinű állapotok tömegeit (spektrumot) és ellenőrizzük le a STR, azaz a supertrace összegszabály teljesülését!

Javasolt irodalom:
J. Lykken: Introduction to supersymmetry hep-th/961214, http://lanl.arxiv.org/
S.P. Martin: Supersymmetry primer, arXiv:hep-ph/9709356, v6 2011
John Terning: Modern Supersymmetry Dynamics and Duality, Oxford Science Publications, 2006, th/0201253
Klasszikusok: Wess and Bagger könyv, P. West: Introduction to supersymmetry and supergravity

Cynolter Gábor
cyn@general.elte.hu,
3722700/ 6115